

Einführung in die Physik II
(Elektrik)
Prof. Fricke

L^AT_EX 2_ε-Umsetzung: Leonard Burtscher

24. April 2002

1 Elektrostatik

1.1 Elektrische Ladung

Experiment: Gewitter / Ladungstrennung durch Trennung von Schwefelpulver und Bleikugeln entsteht Ladung.

Ergebnisse:

a) Ladungen als negative und positive Ladungen (1750), Experiment:

- Glasstab und Seide (positiv)
- Kunstharz und Wolle (negativ)

zeigt mit Graphit-überzogenem Ballon, der mit van de Graaf-Generator aufgeladen wurde

b) Kraftwirkung:

- Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab,
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.

c) Ladungen sind transportierbar (Versuche: ablöffelbare Ladung, Tischtennisball im Plattenkondensator)

d) Ladungstransport ist an Massentransport gekoppelt. Dies gilt auch für die Elementarteilchen $e^+, e^-, p^+, \Pi^+, \mu^-, \dots$. Keine Ladung ohne Masse

e) Kleinste freie (separierbare) Ladung ist die Elementarladung: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{As}$; aber: Die kleinsten (durch Elektronenstreuung) nachweisbaren Ladungen sind $e/3$ bzw. $2e/3$.

Nachweis der kleinsten Elektronenladung durch Millikan'schen Öltröpfchenversuch

1.1.0.1 Millikan-Versuch „Sinkphase“ Kräfte: nach oben Auftriebskraft ($F_a = g\rho_{\text{Fluid}} \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$) und Reibungskraft (Stokes'sche Reibung: $F_R = 4\pi\eta r v$), nach unten $F_g = g\rho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$). Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung bei Reynolds-Zahl $Re = 2200$. Kräftegleichgewicht bei

$$F_g = F_R + F_a$$

Zusätzlich wird ein elektrisches Feld angelegt, welches die Kraft $F = qE = q\frac{U}{d}$ bewirkt, wobei q die Ladung ist, die auf dem Tröpfchen sitzt.

Experimenteller Befund für Ladung q : Sehr scharfe Peaks bei Vielfachen der Elementarladung e .
Messgeräte:

- Elektroskop: Bewegliche Alu-Flitter (sehr dünn), die sich abstoßen, wenn sie gleichnamig geladen sind.
- Raster-Kraftmikroskop (**A**tomic **F**orce **M**icroscope): biegbare Spitze bewegt sich über Mikrostruktur. Abstand zwischen Feder, auf der die biegbare Spitze sitzt und Befestigung, wird gemessen (z.B. mit Laser).

1.2 Coulomb-Gesetz

1785: Erstmals Messungen zur Kraft zwischen elektrischen Ladungen mittels Drehwaage.

Ergebnis:

- $F_C \propto Q_1 \cdot Q_2$
- $F_C \propto \frac{1}{r^2}$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$\epsilon_0 =$ elektrische Feldkonstante $= 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$
oder vektoriell:

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

bei vielen Ladungen Annahme einer ungestörten Superposition

$$\vec{F}_j = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{Q_i}{|\vec{r}_i|^2} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}}$$

bei kontinuierlicher Ladung
Raumladungsdichte

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV}$$

$$dQ(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \cdot dV$$

$$\vec{F}_C(\vec{r}_j) = \frac{Q_j}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r})(\vec{r}_j - \vec{r})}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^2}$$

Gravitationskraft: $F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$ Coulombkraft: $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q_1 Q_2 r^2$

Der Faktor $\frac{1}{4\pi}$ hat historische Gründe

Verhältnis Gravitationskraft / Coulombkraft für Elektronen im Bohr'schen Atommodell:

$$\frac{F_g}{F_C} = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \gamma m_e m_p = 5 \cdot 10^{-40}$$

1.3 Elektrische Feldstärke

Definition: Feldstärke des elektrischen Feldes ist $\frac{\text{Kraft}(F_C)}{\text{Probeladung}(Q_p)}$.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{Q_p}$$

$$[E] = \frac{N}{As} = \frac{JmAs}{mAs} = \frac{VAs}{mAs} = \frac{V}{m}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{Q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{r}$$

Feldlinien: Konstruiert man zum elektrischen Feld Kurven, deren Tangente in jedem Punkt mit der dort herrschenden Feldstärke übereinstimmt, so erhält man die elektrischen Feldlinien.

Maß für die Feldstärke: Zahl dN der eine Flächeneinheit dA senkrecht durchsetzenden Feldlinien.

$$dN = |E| \cos \phi dA = E_n dA$$

Die Feldlinien stehen senkrecht auf einer leitenden Oberfläche (z.B. Kugelkondensator). Die Feldliniendichte nimmt mit wachsendem Abstand ab.

1.3.0.2 Elektrischer Fluss

$$d\Psi = \epsilon_0 dN = \epsilon_0 E_n dA$$

$$\int d\Psi = \epsilon_0 \int E_n dA$$

Punktförmige Quelle

$$\Psi = \epsilon_0 \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = Q$$

Der elektrische Fluss durch eine geschlossene Fläche ist proportional zur Summe der eingeschlossenen Ladungen (hier gleich). (Satz von Gauß)

Umschließt eine Fläche keine Ladung, verschwindet der elektrische Fluss.

Konvention: Die positiven Ladungen sind Quellen der Feldlinien, negative Ladungen sind ihre Senken.

Jede Feldlinie entspringt in einer positiven Ladung und endet in einer negativen Ladung.

Im elektrostatischen Feld gibt es keine in sich geschlossenen Feldlinien (wirbelfreies Quellenfeld).

1.3.0.3 Elektrische Flussdichte \vec{D}

$$D = \frac{\text{elektr. Fluss}}{\text{Fläche}} = \frac{d\Psi}{dA}$$

$$D = \frac{\Psi}{A} = \frac{Q}{A} = \sigma_C$$

Flächenladungsdichte

z.B. für Kugel:

$$\frac{D}{E} = \frac{\frac{Q}{4\pi r^2}}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}} = \epsilon_0$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

(im Vakuum)

1.4 Spezielle Elektrische Felder

1.4.0.4 Feld außerhalb leitender Kugel Kugelradius: R Kugeloberfläche: R_0

Das Feld \vec{E} hat in diesem Fall nur eine Radial-Komponente.

Gauß:

$$Q = \epsilon_0 \int \vec{E} d\vec{A} = \epsilon_0 E(R) 4\pi R^2$$

an der Kugeloberfläche ($R = R_0$):

$$E(R_0) = \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi R_0^2}$$

für sehr kleine R_0 (Spitze, dünner Draht) \rightarrow sehr hohe elektrische Feldstärken!

Experiment: Segner Rad. Aus der Spitze, die näher am Kupferring ist, fließen Elektronen in den Kupferring. Drehbewegung aufgrund des Corona-Effektes: Elektronen treten aus der Spitze aus und lagern sich an die Luftmoleküle an, diese werden dann von der Spitze weggedrückt, wodurch sich ein Rückstoß ergibt. Im Vakuum ist der Effekt sehr viel kleiner.

Technische Anwendung: Lackierung von Oberflächen.

Entstaubung von Rauchgasen in Kraftwerken

e^- aus Spitzen lagern sich an Staubteilchen an, diese fliegen zur Matte und werden periodisch abgeschüttelt. Entstaubung: 99,99%.

Feldemissionsdisplays:

1.4.0.5 Feld innerhalb einer leitenden Kugel Umschließt die Kontrollfläche keine Ladung, so ist der elektrische Fluss gleich 0.

$$E_i(r) = 0 \text{ für } r < R$$

R: Radius der Kugel

Gilt für Halb- und auch Vollkugeln.

1.4.0.6 Feld einer unendlich ausgedehnten Ladungsschicht

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\epsilon_0 \int \vec{E} d\vec{A} = Q$$

$$\epsilon_0 \cdot E \cdot 2A = Q$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot 2A} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Zwischen den Platten

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Elektrische Flussdichte: $D = \epsilon_0 E = \sigma$

1.4.0.7 Elektrisches Feld eines Dipols Abstand der Ladungen: l .

Feld in Äquatorialebene:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(r^2 + (\frac{l}{2})^2)}$$

$$E = E_1 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + (\frac{l}{2})^2}}$$

$$E = \frac{Ql}{4\pi\epsilon_0} (r^2 + (\frac{l}{2})^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$Ql = p =$ Dipolmoment Richtung von \vec{p} ist von $-$ nach $+$.
 $r \gg l$:

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \propto \frac{1}{r^3}$$

Fluss bei großen Abständen R ?

$$\Psi \propto \frac{1}{R^3} \cdot R^2 = \frac{1}{R}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi = 0.$$

Der Gesamtfluss durch eine geschlossene Hüllfläche ist gleich der Summe der eingeschlossenen Ladungen: Der Gesamtfluss durch (alle diese) Hüllflächen verschwindet.

$$\sum_i Q_i = +Q + (-Q) = 0$$

1.5 Elektrischer Dipol im elektrischen Feld

1.5.0.8 Örtlich homogenes Feld

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Wenn der Dipol schräg (um Winkel Θ gegen das E-Feld gedreht) im Feld liegt, beginnt er sich zu drehen.

$$|\vec{M}| = 2qE \frac{l}{2} \sin \Theta = pE \sin \Theta$$

$$\vec{M} \perp \vec{p} \perp \vec{E}$$

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

1.5.0.9 Inhomogenes el. Feld Feld längs einer Achse (z) zunehmend

$$\vec{F} = q\vec{E}(z+l) - q\vec{E}(z)$$

$$E(z+l) - E(z) + \frac{dE}{dz} \cdot l + \dots$$

$$F = ql \frac{dE}{dz} = p \frac{dE}{dz}$$

Der Dipol wird in den Bereich größerer Feldstärke gezogen.

1.6 Das elektrische Potential ϕ

Feld \vec{E} als Vektorfeld beschreibt Feldstärke und Richtung in jedem Punkt des Raumes.

Ebenso möglich durch einen Skalar, nämlich das Potential ϕ .

Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten A und B wird bestimmt, indem man die Arbeit W_{AB} bestimmt, welche geleistet werden muss, um eine Probeladung q_p von A nach B zu bringen.

$$\phi_B - \phi_A = \frac{W_{AB}}{Q_p}$$

- $W_{AB} > 0 : \phi_B > \phi_A$
- $W_{AB} = 0 : \phi_B = \phi_A$
- $W_{AB} < 0 : \phi_B < \phi_A$

Konvention:

$$A \rightarrow \infty \text{ und } \phi_A = 0$$

dann wird

$$\phi_B = \phi = \frac{W_B}{Q}$$

Äquipotentialflächen: dort ist $\phi = \text{const.}$ weil zur Verschiebung von Q_p keine Arbeit geleistet werden muss.

Bewegung in einem elektrischen von einem Punkt A zu einem anderen Punkt B:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{s} = -Q_p \int_A^B \vec{E} d\vec{s}$$

$$\phi_B - \phi_A = \frac{W_{AB}}{Q_p} = - \int_A^B \vec{E} d\vec{s}$$

$$A \rightarrow \infty, \phi_A = 0$$

$$\phi_B = - \int_{\infty}^B \vec{E} d\vec{s}$$

Das ist ein Linienintegral. Dieses ist unabhängig vom Weg.

$$d\phi = -\vec{E} d\vec{s}$$

$$\vec{E} = -\frac{d\phi}{d\vec{s}} = -\text{grad}\phi = -\vec{\nabla}\phi$$

Die Feldstärke liegt in Richtung des stärksten Potentialabfalls.
Punktladung

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\phi_B = - \int_{\infty}^B \vec{E} d\vec{s} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^B \frac{1}{r^2} dr = \dots = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_B}$$

- Äquipotentialflächen sind konzentrische Kugeln um Ladung.
- $\vec{E} \perp \phi = \text{const.}$

Dieses Skript endet hier.

Inhaltsverzeichnis

1	Elektrostatik	2
1.1	Elektrische Ladung	2
1.1.0.1	Millikan-Versuch	2
1.2	Coulomb-Gesetz	2
1.3	Elektrische Feldstärke	3
1.3.0.2	Elektrischer Fluss	4
1.3.0.3	Elektrische Flussdichte \vec{D}	4
1.4	Spezielle Elektrische Felder	4
1.4.0.4	Feld außerhalb leitender Kugel	4
1.4.0.5	Feld innerhalb einer leitenden Kugel	5
1.4.0.6	Feld einer unendlich ausgedehnten Ladungsschicht	5
1.4.0.7	Elektrisches Feld eines Dipols	5
1.5	Elektrischer Dipol im elektrischen Feld	6
1.5.0.8	Örtlich homogenes Feld	6
1.5.0.9	Inhomogenes el. Feld	6
1.6	Das elektrische Potential ϕ	6